الثانوية التأهيلية أولاد صالح	المعادلات التفاضليـــــــة	السنة الدراسية: 2010/2009.
الأستاذ: محمد حمدان	سلسلة التمارين	المستوى: 2 باك علوم الحياة و الأرض

المعادلة	$y' = ay + b,\ (a;b)\in\mathbb{R}^2$	$y'' + ay' + by = 0,\quad (a;b)\in\mathbb{R}^2$ المعادلة المميزة: $r^2 + ar + b = 0$		
		$\Delta \succ 0$	$\Delta = 0$	$\Delta \prec 0$
مجموعة الحلـول	$y(x) = k.e^{a.x} - \frac{b}{a}$ $k\in\mathbb{R}$	$y(x) = \lambda e^{r_1x} + \mu e^{r_2x}$ r_1 و r_2 هما جذري المعادلة المميزة.	$y(x) = (Ax + B)e^{r.x}$ r هو جذر المعادلة المميزة.	$y(x) = e^{p.x}\left(\lambda.\cos(qx) + \mu.\sin(qx)\right)$ $p+iq$ و $p-iq$ هما الجذران العقديان للمعادلة المميزة.

حـالات خاصـــــــــة

مجموعة حلول : $y'' + ay' = 0$ تكتب على شكل: $y(x) = k_1.e^{-a.x} + k_2$	مجموعة حلول : $y'' + \omega^2 y = 0$ تكتب على شكل: $y(x) = k_1\cos(\omega x) + k_2\sin(\omega x)$	مجموعة حلول : $y'' - \omega^2 y = 0$ تكتب على شكل: $y(x) = k_1.e^{\omega.x} + k_2.e^{-\omega.x}$

تمرين 01

1. حل المعادلات التفاضلية: $y' = 2y$ ؛ $4y' = 2y - 5$ ؛

$\theta' = 3\theta - 2$ ؛ $3u' = u + 9$ ؛ $y' + 4y - 6 = 0$ ؛ $2y' + y = 1$.

2. حدد في كل حالة الدوال y التي تحقق المعادلة التفاضلية التالية:

أ) $y'' + \frac{1}{2}y = 0$.

ب) $y'' + \frac{9}{4}y = 0$.

ج) $y'' + 9y = 0$ و $y'(0) = 1$ و $y(0) = 1$.

د) $y'' + 4y = 0$ و $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ و $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

تمرين 02

1. تحقق أن: $f(x) = \frac{x+2}{x}.e^{-\frac{x}{2}}$ حل للمعادلة التفاضلية:

$$(*):\quad y'' - \frac{1}{4}y = \frac{2x+4}{x^3}.e^{-\frac{x}{2}}$$

2. بين أنه إذا كان y حلا للمعادلة (*) فإن $(y - f)$ هي حل للمعادلة: $y'' - \frac{1}{4}y = 0$. ثم استنتج حلول المعادلة (*).

تمرين 03

1. أ) حدد حلول المعادلة التفاضلية: $(E):\ y'' + \pi^2 y = 0$.

ب) حدد الدالة Y التي تحقق (E) و $Y(0) = 1$ و $Y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

2. حدد مجموعة حلول المعادلة التفاضلية: $y'' + 4y' + 4y = 0$.

3. حدد مجموعة حلول المعادلة التفاضلية: $y'' + 2y' - 3y = 0$.

4. حل المعادلة التفاضلية: $y' + 5y = 0$.

5. حدد مجموعة حلول المعادلة التفاضلية: $y'' + 11y' + 10y = 0$.

6. حدد مجموعة حلول المعادلة التفاضلية: $y'' - 4y' + 13y = 0$.

7. حدد مجموعة حلول المعادلة التفاضلية: $y'' - 2y' + 5y = 0$.

8. حل المعادلة التفاضلية: $y' - 2y = 4$.

9. حل المعادلة التفاضلية: $3y' + y = 1$.

تمرين 04

لتكن الدالة $f(x) = 3e^{-2x} - 4$.

حدد معادلة تفاضلية من شكل $y' = ay + b$ تكون f حلا لها.

تمرين 05

1. حدد الدالة f حل المعادلة: $3y' + y = 0$ بحيث $f(0) = -\frac{1}{3}$.

2. حدد الحل g للمعادلة $y'' - 2\sqrt{2}y' + 2y = 0$ بحيث $g(0) = 1$ و $g'(0) = 0$.

تمرين 06

نعتبر المعادلة التفاضلية: $(E):\ y' = -3y + 4e^{-2x}$.

1. حدد العدد λ بحيث تكون $g(x) = \lambda e^{-2x}$ حلا للمعادلة (E).

2. نضع $\lambda = 4$ و $h(x) = f(x) - g(x)$ حيث f حل للمعادلة (E). تحقق أن h حل للمعادلة $(E'):\ y' = -3y$.

3. حل المعادلة (E') ثم استنتج حلول المعادلة (E).

تمرين 07

نعتبر المعادلة التفاضلية: $(E):\ y' + 6y - 2 = 0$.

حدد الدالة f حل المعادلة (E) بحيث منحنى الدالة f يقبل عند النقطة التي أفصولها 1 مماسا معامله الموجه 2.

تمرين 08

1. حل المعادلة: $y'' + 2y' + 5y = 0$.

2. حدد الحل f بحيث $f(0) = 0$ و $f'(0) = 2$. ثم استنتج دالة أصلية للدالة f.

تمرين 09

1. حدد الحل y للمعادلة $y'' + \frac{9}{4}y = 0$ بحيث $y\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -1$ و $y'\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{-3\sqrt{3}}{2}$.

2. حدد الأعداد A و α و φ بحيث: $y(x) = A.\cos(\alpha x + \varphi)$.